# Big IT Blog

## جزوه مبناهای عددی(مقدماتی تا پیشرفته)



 www.IrPDF.com www.IrPDF.com

## «بسم الله الرحمن الرحیم»

**توجه:** در تهیه این جزوه از کتاب های «مبانی کامپیوتر و الگوریتم» تالیف مهندس عین الله جعفر نژاد قمی_مهندس انیس کریم پور و«مدارهای منطقی»تالیف مهندس حمید رضا مقسمی و «مدارهای منطقی» تالیف انتشارات دانشگاه پیام نور الگوگیری شده. ولی در کل تمام روش های موجود در کتاب های مختلف با مولفین مختلف یکی می باشد و فقط شیوه های بیان متفاوت است. در این جزوه تلاش شده تا روش های گوناگون با بیانی ساده و قابل فهم برای خواننده آورده شود.در قسمت های پایانی جزوه که «روش های دیگر تبدیل مبناها» آورده شده سعی شده روش هایی که سریع تر به جواب می رسند و برای سوالات تستی و کنکور مناسب ترند آورده شود. بنابراین خواننده ابتدا باید روش های اصلی را آموخته و بعد سراغ روش های تستی برود. بعد از آن دیگر مختار است که از کدام روش برای تبدیل مبناها استفاده کند.

### سیستم اعداد دهدهی

سیستم اعداد دهدهی یکی از سیستم های متداول است که همگان روزانه با آن سر وکار دارند. در این سیستم هر عدد می تواند ترکیبی از اعداد 0 تا 9 باشد . هر عدد در سیستم دهدهی را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\sum_{k=-m}^{n-1} a_k (10)^k$$

### سیستم اعداد دودویی

در این سیستم، مبنای اعداد ، 2 است، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام 0 و 1 باشد ، مانند 111 و 1011 و 10001111. شکل کلی اعداد این سیستم به صورت زیر است:

$$\sum_{k=-m}^{n-1} a_k (2)^k$$

جدول1 : معادل دودویی اعداد دهدهی

| دهدهی | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| دودویی | 0 | 1 | 10 | 11 | 100 | 101 | 110 | 111 | 1000 | 1001 |

### سیستم اعدادهشتایی (اکتال)

در این سیستم ، مبنای اعداد ، 8 است ، لذا هر عدد در این سیستم می تواند ترکیبی از ارقام 0 تا 7 باشد . نمایش عدد در این سیستم به صورت زیر است:

$$\sum_{k=-m}^{n-1} a_k (8)^k$$

جدول 2 : معادل هشتایی اعداد دهدهی

| دهدهی | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| هشتایی | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 11 |
| دودویی | 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 | 001000 | 001001 |

### سیستم اعداد شانزده تایی(هگزا دسیمال)

در این سیستم ، مبنای اعداد ، 16 است ، لذا می توان از 16 رقم در نوشتن اعداد این سیستم استفاده کرد. چون اعدا 9 به بالا را به عنوان یک رقم نمی شناسیم ، برای نمایش 10 تا 15 از علائم ای تا اف استفاده می کنیم . شکل کلی نمایش این اعداد به صورت زیر است:

$$\sum_{k=-m}^{n-1} a_k (16)^k$$

مثل اعداد :

ACB , 1CD , B1A

جدول 3 :   معادل مبنای 16 ارقام دهدهی

| دهدهی | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مبنای16 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

از نظر تئوری می توان سیستم های عددی زیادی را تعریف کرد . ولی سیستم های مطرح شده ، از اهمیت ویژه ای برخوردارند و ما در با آنها بیشتر سر و کار داریم.

## قانون کلی تبدیل اعداد دهدهی به مبناهای دیگر

بطور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای ده به هر مبنای دیگر می بایست عدد دهدهی را مرتبا تقسیم بر آن مبنا کنیم. این عمل را آنقدر انجام می دهیم تا خارج قسمت صفر شود. سپس باقیمانده ها را از راست به چپ(پایین به بالا) می نویسیم.

**تذکر مهم:** به طور کلی در مبنای n فقط ارقام صفر تا n-1 را داریم.

**تذکر مهم:** هنگامی که عدد از مبنای کوچک به مبنای بزرگتر می رود ظاهر آن کوچک تر می شود و بالعکس.مانند:

$(1637)_8 = (927)_{10}$

## قانون کلی تبدیل اعداد مبنای دلخواه به مبنای ده

به طور کلی برای تبدیل یک عدد در مبنای دلخواه به مبنای ده،زیر عدد خط کشیده به هر رقم یک موقعیت می دهیم. موقعیت ها از سمت راست به چپ و از صفر شماره گذاری می شوند. سپس هر رقم را ضرب در مبنا به توان موقعیت کرده و در آخر اعداد حاصله را با هم جمع می کنیم.

به طور کلی هر عدد در مبنای R را می توان طبق فرمول زیر به مبنای ده تبدیل کرد:

$$( d_{p-1}\, d_{p-2} \ldots d_1\, d_0 \,.\, d_{-1}\, d_{-2}\, d_{-3} \ldots d_{-q} )_r = d_{p-1}\, r^{p-1} + d_{p-2}\, r^{p-2} + \ldots + d_1\, p + d_0 + d_{-1}\, r^{-1} + d_{-2}\, r^{-2} + d_{-3}\, r^{-3} + \ldots + d_{-q}\, r^{-q}$$

که در رابطه فوق $D_{p-1}\, d_{p-2} \ldots d_1\, d_0$ قسمت صحیح با P رقم و $d_{-1}\, d_{-2}\, d_{-3} \ldots d_{-q}$ قسمت اعشاری عدد با q می باشد.

## چند نکته برای اعداد زوج و فرد

1)عدد فرد در هر مبنایی فرد است و عدد زوج در هر مبنایی زوج است.
2)در مبنای شانزده اگر سمت راست عدد ارقام A,C,E باشند آن عدد زوج است.

3)در مبنای شانزده اگر سمت راست عدد ارقام B,D,Fباشند آن عدد فرد است.

4)در مبنای دو اگر سمت راست صفر باشد عدد زوج است و اگر یک باشد عدد فرد است.

## تبدیل اعداد دهدهی صحیح به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد صحیح دهدهی به دودویی از روش تقسیم متوالی استفاده می شود. در این روش،عدد دهدهی بر 2 تقسیم می شود و باقیمانده و خارج قسمت محاسبه می گردند. اگر خارج قسمت صفر نباشد،خارج قسمت بر 2 تقسیم می شود و این روند تا صفر شدن خارج قسمت ادامه می یابد. باقیمانده های ایجاد شده از هر تقسیم، نگهداری می شوند و از آخرین باقیمانده به اولین باقیمانده در کنار هم نوشته می شوند. عدد حاصل،در مبنای 2 خواهد بود. بدیهی است که تقسیم به صورت صحیح انجام می شود(خارج قسمت اعشاری نیست).

برای تبدیل اعداد دودویی به دهدهی باید از اولین عدد از سمت راست شروع کرده و به سمت اولین عدد در سمت چپ برویم. یعنی:

اولین عدد از سمت راست را در $2^0$ ضرب کنیم دومین عدد از سمت راست را در $2^1$ ضرب کنیم تا به آخرین عدد از سمت راست که همان اولین عدد از سمت چپ هست برسیم.

برای مثال می خواهیم اعداد زیر را از مبنای 2 به مبنای 10 ببریم:

**مثال 1**

*تبدیل عدد $(11001)_2$ به مبنای ده*

$(11001)_2 = 1\times 2^0 + 0\times 2^1 + 0\times 2^2 + 1\times 2^3 + 1\times 2^4$

$= 1 + 0 + 0 + 8 + 16$

$= 25$

$\mathbf{(11001)_2 = (25)_{10}}$

**مثال 2**

*تبدیل عدد $(100010)_2$ به مبنای ده*

$(100010)_2 = 0\times 2^0 + 1\times 2^1 + 0\times 2^2 + 0\times 2^3 + 0\times 2^4 + 1\times 2^5$

$= 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32$

$= 34$

$\mathbf{(100010)_2 = (34)_{10}}$

**مثال 3**

*تبدیل عدد $(1111001)_2$ به مبنای ده*

$(1111001)_2 = 1\times 2^0 + 0\times 2^1 + 0\times 2^2 + 1\times 2^3 + 1\times 2^4 + 1\times 2^5 + 1\times 2^6$

$= 1 + 0 + 0 + 8 + 16 + 32 + 64$

$= 121$

$\mathbf{(1111001)_2 = (121)_{10}}$

**مثال 4**

*تبدیل عدد $(100011111)_2$ به مبنای ده*

$(100011111)_2 = 1\times 2^0 + 1\times 2^1 + 1\times 2^2 + 1\times 2^3 + 1\times 2^4 + 0\times 2^5 + 0\times 2^6 + 0\times 2^7 + 1\times 2^8$

$= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 0 + 0 + 0 + 256$

$= 287$

$\mathbf{(100011111)_2 = (287)_{10}}$

**مثال 5**

*تبدیل عدد $(101110001)_2$ به مبنای ده*

$$(101110001)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2 + 0\times2^3 + 1\times2^4 + 1\times2^5 + 1\times2^6 + 0\times2^7 + 1\times2^8$$

$$= 1 + 0 + 0 + 0 + 16 + 32 + 64 + 0 + 256$$

$$= 369$$

$$\mathbf{(101110001)_2 = (369)_{10}}$$

حال مثال های بالا را از مبنای 10 به مبنای 2 می بریم:

**r در تمام تبدیلات باقیمانده تقسیم صحیح خارج قسمت به 2 است**

**مثال 6**

*تبدیل عدد $(25)_{10}$ به مبنای دو*

$25 \div 2 = 12$ $r_1 = 1$

$12 \div 2 = 6$ $r_2 = 0$

$6 \div 2 = 3$ $r_3 = 0$

$3 \div 2 = 1$ $r_4 = 1$

$1 \div 2 = 0$ $r_5 = 1$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$\mathbf{(25)_{10} = (11001)_2}$$

**مثال 7**

*تبدیل عدد $(34)_{10}$ به مبنای دو*

$34 \div 2 = 17$ $r_1 = 0$

$17 \div 2 = 8$ $r_2 = 1$

$8 \div 2 = 4$ $r_3 = 0$

$4 \div 2 = 2$ $r_4 = 0$

$2 \div 2 = 1$ $r_5 = 0$

$1 \div 2 = 0$ $r_6 = 1$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$$\mathbf{(34)_{10} = (100010)_2}$$

### مثال 8

*تبدیل عدد $(121)_{10}$ به مبنای دو*

| | |
|---|---|
| $121 \div 2 = 60$ | $r_1 = 1$ |
| $60 \div 2 = 30$ | $r_2 = 0$ |
| $30 \div 2 = 15$ | $r_3 = 0$ |
| $15 \div 2 = 7$ | $r_4 = 1$ |
| $7 \div 2 = 3$ | $r_5 = 1$ |
| $3 \div 2 = 1$ | $r_6 = 1$ |
| $1 \div 2 = 0$ | $r_7 = 1$ |

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$\mathbf{(121)_{10} = (1111001)_2}$

### مثال 9

*تبدیل عدد $(287)_{10}$ به مبنای دو*

| | |
|---|---|
| $287 \div 2 = 143$ | $r_1 = 1$ |
| $143 \div 2 = 71$ | $r_2 = 1$ |
| $71 \div 2 = 35$ | $r_3 = 1$ |
| $35 \div 2 = 17$ | $r_4 = 1$ |
| $17 \div 2 = 8$ | $r_5 = 1$ |
| $8 \div 2 = 4$ | $r_6 = 0$ |
| $4 \div 2 = 2$ | $r_7 = 0$ |
| $2 \div 2 = 1$ | $r_8 = 0$ |
| $1 \div 2 = 0$ | $r_9 = 1$ |

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$\mathbf{(287)_{10} = (100011111)_2}$

### مثال 10

*تبدیل عدد $(369)_{10}$ به مبنای دو*

$369 \div 2 = 184$ $r_1 = 1$

$184 \div 2 = 92$ $r_2 = 0$

$92 \div 2 = 46$ $r_3 = 0$

$46 \div 2 = 23$ $r_4 = 0$

$23 \div 2 = 11$ $r_5 = 1$

$11 \div 2 = 5$ $r_6 = 1$

$5 \div 2 = 2$ $r_7 = 1$

$2 \div 2 = 1$ $r_8 = 0$

$1 \div 2 = 0$ $r_9 = 1$

حالا از آخرین باقیمانده شروع به نوشتن تا اولین باقیمانده می کنیم :

$\mathbf{(369)_{10} = (101110001)_2}$

## تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به هشت و برعکس

می بایست عدد در مبنای 10 را مرتبا تقسیم بر 8 کنیم و باقیماندها را نگه داریم.این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود.در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ کنار هم می نویسیم.(همانند تبدیل مبنای 10 به 2)

برای تبدیل مبنای 8 به 10 نیز مانند تبدیل مبنای 2 به 10 عمل می کنیم و باید عدد در مبنای هشت را از راست به چپ در توانهای هشت ضرب کرده و با هم جمع کنیم.

### مثال 11

*تبدیل عدد $(972)_{10}$ به مبنای هشت*

$927 \div 8 = 115$ $r_1 = 7$

$115 \div 8 = 14$ $r_2 = 3$

$14 \div 8 = 1$ $r_3 = 6$

$1 \div 8 = 0$ $r_4 = 1$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$\mathbf{(927)_{10} = (1637)_8}$

**مثال 12**

*تبدیل عدد $(1637)_8$ به مبنای ده*

$$1637 = 7 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^2 + 1 \times 8^3$$

$$= 7 + 24 + 384 + 512$$

$$= 927$$

$$\mathbf{(1637)_8 = (927)_{10}}$$

## تبدیل اعداد صحیح مبنای ده به شانزده و برعکس

می بایست عدد در مبنای ده را مرتبا بر مبنای شانزده تقسیم کرده و باقیمانده ها را نگه داریم.این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود.در آخر باقیمانده ها را از راست به چپ(از پایین به بالا) کنار هم می نویسم.

برای تبدیل عدد در مبنای شانزده به مبنای ده عدد در مبنای شانزده را از راست به چپ در توانهای 16 ضرب می کنیم.

**مثال 13**

*تبدیل عدد $(954)_{10}$ به مبنای شانزده*

$954 \div 16 = 59 \qquad r_1 = 10$

$59 \div 16 = 3 \qquad r_2 = 11$

$3 \div 16 = 0 \qquad r_3 = 3$

حالا باقیمانده ها را از پایین به بالا کنار هم قرار می دهیم:

$$\mathbf{(954)_{10} = (3BA)_{16}}$$

**مثال 14**

*تبدیل عدد $(3BA)_{16}$ به مبنای ده*

$$(3BA) = 10 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 3\times 16^2$$

$$= 10 + 176 + 768$$

$$= 954$$

$$\mathbf{(3BA)_{16} = (954)_{10}}$$

## تبدیل اعداد اعشاری دهدهی به دودویی و بالعکس

برای تبدیل اعداد اعشاری مبنای ده به دو باید قسمت صحیح و اعشاری را جداگانه به مبنای 2 تبدیل کنیم.

برای تبدیل قسمت صحیح،از همان روش تبدیلی که در بالا گفته شد که به **روش تقسیم متوالی بر 2** معروف است استفاده می کنیم.

برای تبدیل قسمت اعشاری،از **روش ضرب متوالی در 2** استفاده می گردد. در روش ضرب متوالی در 2،قسمت اعشار در 2 ضرب شده سپس قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان اولین رقم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم.بخش اعشاری عدد حاصله را دوباره ضرب در 2 می کنیم و قسمت صحیح عدد حاصله را به عنوان رقم دوم بعد از ممیز در مبنای دو در نظر می گیریم.این عملیات را آنقدر ادامه می دهیم تا قسمت اعشار صفر شود یا هشت بار ضرب در 2 (هشت بیت اعشار) می کنیم تا

به دقت مورد نظر برسیم. عدد حاصل،تبدیل مبنای 2 قسمت اعشاری است. با تلفیق قسمت اعشاری و قسمت صحیح،عدد به طور کامل به مبنای 2 تبدیل می شود.

برای تبدیل اعداد مبنای دو به ده باید قسمت صحیح را به همان روش گفته شده در بالا به مبنای ده برد و برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در $2^{-1}$ ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد یا همان اولین عدد از سمت راست برسیم.

**اگر با ضرب های متوالی،قسمت اعشار به صفر نرسد،باید عمل ضرب را تا پر شدن کلمه حافظه(هشت بیت) ادامه داد.**

### مثال 15

*تبدیل عدد $(1110.01)_2$ به مبنای ده*

ابتدا قسمت صحیح را از همان روش بالا از مبنای 2 به مبنای 10 می بریم:

$$(1110) = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3$$

$$= 0 + 2 + 4 + 8$$

$$= 14$$

حالا برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در $2^{-1}$ ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد یا همان اولین عدد از سمت راست برسیم. یعنی:

$$(0.01) = 0\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$$

$$= 0 + 0.25$$

$$=0.25$$

حالا با تلفیق قسمت اعشاری و صحیح،عدد مبنای 10 حاصل می شود.

$\mathbf{(1110.01)_2 = (14.25)_{10}}$

### مثال 16

*تبدیل عدد $(10111001.0101)_2$ به مبنای ده*

ابتدا قسمت صحیح را از همان روش بالا از مبنای 2 به مبنای 10 می بریم:

$$(10111001) = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2 + 1\times2^3 + 1\times2^4 + 1\times2^5 + 0\times2^6 + 1\times2^7$$

$$= 1 + 0 + 0 + 8 + 16 + 32 + 0 + 128$$

$$= 185$$

حالا برای قسمت اعشاری باید از اولین عدد بعد از ممیز شروع کرده و آن را در $2^{-1}$ ضرب کرده و همین طور به توانهای منفی اضافه می کنیم تا به آخرین عدد یا همان اولین عدد از سمت راست برسیم. یعنی:

$(0.0101) = 0\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 0\times2^{-3} + 1\times2^{-4}$

$= 0 + 0.25 + 0 + 0.0625$

$= 0.3125$

حالا با تلفیق قسمت اعشاری و صحیح،عدد مبنای 10 حاصل می شود.

**$(10111001.0101)_2 = (185.3125)_{10}$**

### مثال 17

*تبدیل عدد $(12.25)_{10}$ به مبنای دو*

ابتدا قسمت صحیح را به مبنای 2 می بریم:

$12 \div 2 = 6 \qquad r_1 = 0$

$6 \div 2 = 3 \qquad r_2 = 0$

$3 \div 2 = 1 \qquad r_3 = 1$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_4 = 1$

$(12)_{10} = (1100)_2$

حالا نوبت به قسمت اعشار می رسد که باید آن را برای دفعات محدودی در 2 ضرب کنیم و قسمت های صحیح را کنار آن می نویسیم:

$0.25\times2 = 0.5 \qquad 0$

$0.5\times2 = 1.0 \qquad 1$

با توجه به اینکه قسمت اعشار صفر شد دیگر به ضرب ادامه نمی دهیم و قسمت اعشار را در مبنای دو تشکیل می دهیم:

$(0.25)_{10} = (0.01)_2$

با تلفیق قسمت های صحیح و اعشاری،مبنای 2 عدد 12.25 حاصل می شود:

**$(12.25)_{10} = (1100.01)_2$**

### مثال 18

*تبدیل عدد $(15.361)_{10}$ به مبنای دو*

ابتدا قسمت صحیح را به مبنای 2 می بریم:

$15 \div 2 = 7 \qquad r_1 = 1$

$7 \div 2 = 3 \qquad r_2 = 1$

$3 \div 2 = 1 \qquad r_3 = 1$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_4 = 1$

$(15)_{10} = (1111)_2$

حالا نوبت به قسمت اعشار می رسد که باید آن را برای دفعات محدودی(هشت بار) در 2 ضرب کنیم و قسمت های صحیح اعداد حاصل را کنار آنها می نویسیم:

$0.361 \times 2 = 0.722$ 0

$0.722 \times 2 = 1.444$ 1

$0.444 \times 2 = 0.888$ 0

$0.888 \times 2 = 1.776$ 1

$0.776 \times 2 = 1.552$ 1

$0.552 \times 2 = 1.104$ 1

$0.104 \times 2 = 0.208$ 0

$0.208 \times 2 = 0.416$ 0

حال می بینیم که قسمت اعشار هنوز صفر نشده پس به 8 بار ضرب کردن بسنده می کنیم و قسمت اعشار را تولید می کنیم:

$(0.361)_{10} = (01011100)_2$

حالا با تلفیق قسمت اعشار و قسمت صحیح عدد را به مبنای دو می بریم:

**$(15.361)_{10} = (1111.01011100)_2$**

## تبدیل اعداد مبنای دو به مبنای هشت و برعکس

بزرگترین رقم مبنای هشت،7 است.در جدول 2 این رقم معادل 111 در مبنای 2 است. می توان استنباط کرد **که هر رقم مبنای 8 معادل سه رقم مبنای 2 است و هر سه رقم در مبنای 2 معادل یک رقم در مبنای 8 است.**برای تبدیل یک عدد مبنای دو به مبنای هشت،باید رقم های عدد را از سمت راست،سه رقم سه رقم جدا کرد و به جای هر سه رقم مبنای دو،یک رقم مبنای هشت قرار داد.(مطابق جدول2).چنانچه تعداد ارقام،مضربی از سه نباشند باید به تعداد لازم در سمت چپ عدد،صفر اضافه کرد.

### مثال 19

*تبدیل عدد $(11001)_2$ به مبنای هشت*

از سمت راست عدد شروع کرده و سه رقم سه رقم جدا می کنیم.در اینجا می بینیم که عدد ما 5 رقمی است و مضربی از سه نمی باشد پس یک صفر از سمت چپ به آن اضافه می کنیم تا 6 رقمی شود و به دو سه رقمی تبدیل شود.یعنی:

011,001

حالا هر سه رقم را از سمت چپ جداگانه به مبنای 8 می بریم. یعنی:

$011 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 2$

$= 3$

$001 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 0 + 0$

$= 1$

**$(11001)_2 = (31)_8$**

## مثال 20

*تبدیل عدد $(1110001)_2$ به مبنای هشت*

از سمت راست عدد شروع کرده و سه رقم سه رقم جدا می کنیم.در اینجا می بینیم که عدد ما 7 رقمی است و مضربی از سه نمی باشد پس دو صفر از سمت چپ به آن اضافه می کنیم تا 9 رقمی شود و به سه، سه رقمی تبدیل شود.یعنی:

001,110,001

حالا هر سه رقم را از سمت چپ جداگانه به مبنای 10 می بریم. یعنی:

$001 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 0 + 0$

$= 1$

$110 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2$

$= 0 + 2 + 4 = 6$

$001 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 0 + 0 = 1$

**$(1110001)_2 = (161)_8$**

## مثال 21

*تبدیل عدد $(100111)_2$ به مبنای هشت*

این عدد 6 رقمی است و نیازی به اضافه کردن صفر ندارد.

100,111

$100 = 0\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2$

$= 0 + 0 + 4$

$= 4$

$111 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2$

$= 1 + 2 + 4$

$= 7$

**$(100111)_2 = (47)_8$**

**نکته :** اگر عدد اعشاری باشد،برای قسمت صحیح مانند یک عدد صحیح عمل می شود و برای قسمت اعشاری از سمت چپ،سه رقم سه رقم جدا کرده و به جای هر سه رقم مبنای دو،یک رقم مبنای هشت قرار می دهیم(جدول2).**اگر تعداد ارقام اعشاری مضربی از سه نباشد باید در *سمت راست* عدد به تعداد لازم صفر اضافه کرد.**

## مثال 22

*تبدیل عدد $(10011.1101)_2$ به مبنای هشت*

ابتدا قسمت صحیح یا همان 10011 را به مبنای هشت می بریم. چون قسمت صحیح 5 رقمی است از سمت چپ یک صفر به آن اضافه می کنیم تا مضربی از سه شود.

010,011

$010 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2$

$= 0 + 2 + 0$

$= 2$

$011 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 2 + 0$

$= 3$

$(10011)_2 = (23)_8$

حال نوبت به قسمت اعشاری یا همان 1101 میرسد. چون قسمت اعشار 4 رقمی است پس باید برای تبدیل به مبنای هشت آن را 6 رقمی کنیم زیرا هر سه رقم در مبنای دو معادل یک رقم در مبنای هشت است. لذا دو عدد صفر از سمت راست به قسمت اعشار اضافه می کنیم تا بتوانیم قسمت اعشار را هم به مبنای هشت ببریم. یعنی:

110,100

حال از سمت چپ هر سه رقم را جداگانه به مبنای هشت می بریم:

$110 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2$

$= 0 + 2 + 4$

$= 6$

$100 = 0\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2$

$= 0 + 0 + 4$

$= 4$

$(1101)_2 = (64)_8$

حال قسمت صحیح و اعشاری را در کنار هم قرار می دهیم تا عدد در مبنای هشت حاصل شود:

$\mathbf{(10011.1101)_2 = (23.64)_8}$

**تذکر مهم:** توجه داشته باشید که در هنگام تبدیل قسمت صحیح در مبنای دو به مبنای هشت اگر تعداد ارقام عدد مورد نظر مضربی از سه نبود باید از سمت چپ به آن صفر اضافه کنیم.

## مثال 23

*تبدیل عدد $(10101.0111)_2$ به مبنای هشت*

ابتدا قسمت صحیح را به مبنای دو می بریم. قسمت صحیح 5 رقمی است پس باید یک صفر از سمت چپ به آن اضافه کرد. داریم:

010,101

$010 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2$

$= 0 + 2 + 0$

$= 2$

$101 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2$

$= 1 + 0 + 4$

$= 5$

$(10101)_2 = (25)_8$

حال نوبت به قسمت اعشاری می رسد. چون قسمت اعشاری 4 رقمی است برای اینکه بتوان این قسمت را به مبنای هشت ببریم باید آن را 6 رقمی کنیم پس باید دو عدد صفر از سمت راست به آن اضافه کرد:

011,100

$011 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2$

$= 1 + 2 + 0$

$= 3$

$100 = 0\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2$

$= 0 + 0 + 4$

$= 4$

$(0111)_2 = (34)_8$

حال قسمت صحیح و اعشاری را در کنار هم قرار می دهیم تا عدد در مبنای هشت حاصل شود:

**$(10101.0111)_2 = (25.34)_8$**

**نکته :** برای تبدیل اعداد مبنای هشت به مبنای دو،باید به جای هر رقم مبنای هشت،سه رقم مبنای دو را قرار داد.

## مثال 24

*تبدیل عدد $(25.34)_8$ به مبنای دو*

حال برای تبدیل مبنای هشت به مبنای دو باید از قسمت صحیح مبنای هشت شروع کرده و اولین رقم مبنای هشت در این عدد که 2 است را به مبنای دو ببریم:

$2 \div 2 = 1 \quad r_1 = 0$

$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$

$(2)_8 = (10)_2$

چون گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه در اعداد صحیح مجاز به اضافه کردن هر تعداد صفر از سمت چپ عدد هستیم در نتیجه برای کسری رقم می توانیم یک عدد صفر از سمت چپ اضافه کنیم:

$(2)_8 = (010)_2$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$

$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$

$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$

$(5)_8 = (101)_2$

حال به تبدیل بالا توجه کنید.عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده.پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$(25)_8 = (010101)_2$

حالا با توجه به اینکه در اعداد صحیح صفر های سمت چپ عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفر ها را حذف کنیم:

$(25)_8 = (10101)_2$

نوبت به قسمت اعشار می رسد. با قسمت اعشار هم مثل قسمت صحیح رفتار کرده و همان گونه تبدیل می کنیم.باید توجه داشته باشیم که اگر در هنگام تبدیل به مبنای دو کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت چپ هستیم.

$3 \div 2 = 1 \quad r_1 = 1$

$1 \div 2 = 0 \quad r_2 = 1$

$(3)_8 = (11)_2$

حال چون گفته بودیم که هر رقم در مبنای هشت معادل سه رقم در مبنای دو است و با توجه به اینکه قسمت اعشار را هم مثل قسمت صحیح در نظر گرفتیم پس اگر کسری رقم داشتیم برای جبران این کسری فقط مجاز به اضلفه کردن صفر از سمت چپ هستیم(مثل قسمت صحیح)در نتیجه برای کسری رقم می توانیم یک عدد صفر از سمت چپ اضافه کنیم:

$(3)_8 = (011)_2$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$4 \div 2 = 2 \quad r_1 = 0$

$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$

$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$

$(4)_8 = (100)_2$

حال به تبدیل بالا توجه کنید.عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده.پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$(34)_8 = (011100)_2$

با توجه به اینکه در قسمت اعشاری صفر های سمت راست عدد بی تاثیر هستند می توانیم این صفر ها را حذف کنیم:

$(34)_8 = (0111)_2$

در اینجا با تلفیق دو قسمت اعشاری و صحیح تولید شده عدد حاصل را اینگونه نمایش می دهیم:

$\mathbf{(25.34)_8 = (10101.0111)_2}$

### مثال 25

*تبدیل عدد $(55.67)_8$ به مبنای دو*

حال برای تبدیل مبنای هشت به مبنای دو باید از قسمت صحیح مبنای هشت شروع کرده و اولین رقم مبنای هشت در این عدد که 5 است را به مبنای دو ببریم:

$5 \div 2 = 2 \quad r_1 = 1$

$2 \div 2 = 1 \quad r_2 = 0$

$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$

$(5)_8 = (101)_2$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد که چون 5 است مانند مرحله قبل عمل می کنیم:

$(5)_8 = (101)_2$

حال به تبدیل های بالا توجه کنید.عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده.پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$(55)_8 = (101101)_2$

نوبت به قسمت اعشار می رسد. با قسمت اعشار هم مثل قسمت صحیح رفتار کرده و همان گونه تبدیل می کنیم.باید توجه داشته باشیم که اگر در هنگام تبدیل به مبنای دو کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر از سمت راست هستیم.

$6 \div 2 = 3 \quad r_1 = 0$

$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$

$1 \div 2 = 0 \quad r_3 = 1$

$(6)_8 = (110)_2$

حالا نوبت به رقم دوم قسمت صحیح می رسد:

$7 \div 2 = 3 \quad r_1 = 1$

$3 \div 2 = 1 \quad r_2 = 1$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_3 = 1$

$(7)_8 = (111)_2$

حال به تبدیل بالا توجه کنید.عدد مبنای هشت به سه رقم در مبنای دو تبدیل شده.پس نیازی به اضافه کردن صفر نمی باشد.

حالا دو رقم مبنای هشت را با هم تلفیق می کنیم تا عدد مبنای دو که شش رقمی است حاصل شود:

$(67)_8 = (110111)_2$

در اینجا با تلفیق دو قسمت اعشاری و صحیح تولید شده عدد حاصل را اینگونه نمایش می دهیم:

**$(55.67)_8 = (101101.110111)_2$**

## تبدیل اعداد مبنای دو به مبنای شانزده و برعکس

بزرگترین رقم مبنای شانزده عدد 15 است.این تبدیلات مشابه تبدیلات مبنای دو به مبنای هشت و برعکس می باشد.با این تفاوت که **هر رقم مبنای شانزده معادل چهار رقم مبنای دو است و هر چهار رقم مبنای دو معادل یک رقم مبنای شانزده است.**

### مثال 26

*تبدیل عدد $(1111101)_2$ به مبنای شانزده*

در اینجا نیز مشابه حالات مبنای هشت کسری رقم را برای قسمت صحیح و اعشاری جبران می کنیم.یعنی **اگر در قسمت صحیح کسری رقم داشتیم فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت چپ عدد هستیم و در قسمت اعشاری برای جبران کسری فقط مجاز به اضافه کردن صفر تا حد مورد نیاز از سمت راست عدد مورد نظر هستیم.**

حال از سمت راست شروع کرده و چهار رقم،چهار رقم جدا می کنیم و هر چهار رقم را به صورت جداگانه به مبنای دو می بریم.در اینجا می بینیم که عدد مورد نظر ما هفت رقمی است و برای اینکه به دو تا چهار قسمتی تبدیل شود باید کسری آن را از طریق اضافه کردن صفر جبران کنیم.باید توجه داشت که صفر های مورد نظر را فقط از سمت چپ عدد می توان اضافه کرد:

0111’1101

$1101 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3$

$= 1 + 0 + 4 + 8$

$= 13 = D$

$0111 = 1\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3$

$= 1 + 2 + 4 + 0$

$= 7$

**نکته مهم :** باید به خاطر داشته باشیم که اعداد در مبنای شانزده تا عدد 9 مثل اعداد مبنای ده است یعنی در مبنای شانزده اعداد 9 به بالا را به عنوان یک رقم نمی شناسیم و برای نمایش اعداد 10 تا 15 از علائم انگلیسی استفاده می کنیم:

10 = A

11 = B

12 = C

13 = D

14 = E

15 = F

بنابراین داریم :

$\mathbf{(1111101)_2 = (7D)_{16}}$

### مثال 27

*تبدیل عدد $(1011101100)_2$ به مبنای شانزده*

عدد مد نظر در مثال 10 رقمی است و باید به مضربی از چهار تبدیل شود که این کسری رقم را باید از سمت چپ عدد با قرار دادن 2 تا صفر جبران کرد :

0010’1110’1100

حال از سمت راست شروع کرده و چهار رقم،چهار رقم جدا می کنیم و هر چهار رقم را به صورت جداگانه به مبنای دو می بریم.

$1100 = 0\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3$

$= 0 + 0 + 4 + 8$

$= 12 = C$

$1110 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3$

$= 0 + 2 + 4 + 8$

$= 14 = E$

$0010 = 0\times2^0 + 1\times2^1 + 0\times2^2 + 0\times2^3$

$= 0 + 2 + 0 + 0$

$= 2$

$\mathbf{(1011101100)_2 = (2EC)_{16}}$

### مثال 28

*تبدیل عدد $(1111101.0110)_2$ به مبنای شانزده*

در این مثال با یک عدد اعشاری سروکار داریم.ابتدا قسمت صحیح را به مبنای شانزده برده و بعد هم قسمت اعشار را مانند قسمت صحیح به مبنای شانزده می بریم.فقط باید به تفاوت جبران کسری رقم در قسمت های اعشاری و صحیح توجه داشت.

قسمت صحیح مانند همان مثال 26 است که دیگر مراحل آن را طی نمی کنیم :

$(1111101)_2 = (7D)_{16}$

حال نوبت به قسمت اعشار می رسد.همان طور که ملاحظه می کنید قسمت اعشار چهار رقمی است و کسری رقم ندارد.پس قسمت اعشار  را هم به مبنای شانزده می بریم :

$0110 = 0\times2^0 + 1\times2^1 +1\times2^2 +0\times2^3$

$= 0 + 2 + 4 = 6$

حالا قسمت های صحیح و اعشاری را با هم تلفیق می کنیم تا عدد در مبنای شانزده حاصل شود:

**$(1111101.0110)_2 = (7D.6)_{16}$**

### مثال 29

*تبدیل عدد $(F25.03)_{16}$ به مبنای دو*

ابتدا قسمت صحیح:

F = 15

$15 \div 2 = 7$ $r_1 = 1$

$7 \div 2 = 3$ $r_2 = 1$

$3 \div 2 = 1$ $r_3 = 1$

$1 \div 2 = 0$ $r_4 = 1$

$(F)_{16} = (1111)_2$

رقم دوم قسمت صحیح:

$2 \div 2 = 1$ $r_1 = 0$

$1 \div 2 = 0$ $r_2 = 1$

با توجه به تبدیل بالا و اینکه هر رقم در مبنای شانزده معادل چهار بیت یا رقم در مبنای دو می باشد پس باید کسری رقم را با اضافه کردن صفر جبران کرد:

$(2)_{16} = (0010)_2$

رقم سوم قسمت صحیح:

$5 \div 2 = 2$ $r_1 = 1$

$2 \div 2 = 1$ $r_2 = 0$

$1 \div 2 = 0$ $r_3 = 1$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$(5)_{16} = (0101)_2$

حالا قسمت اعشاری را هم مانند قسمت صحیح به مبنای دو می بریم.

به تفاوت جبران کسری رقم در قسمت اعشاری با قسمت صحیح توجه داشته باشید.

$(0)_{16} = (0000)_2$

$3 \div 2 = 1$ $r_1 = 1$

$1 \div 2 = 0$ $r_2 = 1$

کسری رقم را با صفر جبران می کنیم:

$(3)_{16} = (0011)_2$

حالا با تلفیق قسمت صحیح و اعشاری عدد مبنای شانزده را به مبنای دو تبدیل می کنیم:

**$(F25.03)_{16} = (111100100101.00000011)_2$**

## تبدیل اعداد مبنای هشت به شانزده و بالعکس

برای اینکار ساده تر آن است که ابتدا عدد را به مبنای 2 برده و سپس به مبنای دیگر ببریم.

### مثال 30

*تبدیل عدد $(A36)_{16}$ به مبنای هشت*

برای اینکار ابتدا (A36) را به مبنای دو می بریم:

**تذکر مهم:** به خاطر داشته باشید که هر رقم(بیت)در مبنای شانزده معادل چهار رقم(بیت)در مبنای دو و هر رقم(بیت)در مبنای هشت معادل سه رقم(بیت)در مبنای دو می باشد.بنابراین اگر کسری بیت داشتیم باید آن را با جایگذاری صفر طبق روش گفته شده در بالا جبران کرد.

یعنی عدد در مبنای شانزده(عدد هگز) را 4 بیت 4 بیت به مبنای دو برده و سپس 3 بیت 3 بیت به مبنای هشت می بریم:

$A = 10$

$10 \div 2 = 5$ $\quad r_1 = 0$

$5 \div 2 = 2$ $\quad r_2 = 1$

$2 \div 2 = 1$ $\quad r_3 = 0$

$1 \div 2 = 0$ $\quad r_4 = 1$

$(A)_{16} = (1010)_2$

$3 \div 2 = 1$ $\quad r_1 = 1$

$1 \div 2 = 0$ $\quad r_2 = 1$

می بینید که بیت در مبنای شانزده به دو بیت در مبنای دو تبدیل شد پس باید کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران کنیم:

$(3)_{16} = (0011)_2$

$6 \div 2 = 3$ $\quad r_1 = 0$

$3 \div 2 = 1$ $\quad r_2 = 1$

$1 \div 2 = 0$ $\quad r_3 = 1$

کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$(6)_{16} = (0110)_2$

حالا عدد در مبنای دو را 3 بیت 3 بیت جدا کرده و به مبنای هشت می بریم:

$(A36)_{16} = (1010'0011'0110)_2 = (101'000'110'110)_2$

$101 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2$

$= 1 + 0 + 4$

$= 5$

$000 = 0$

$110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2$

$= 0 + 2 + 4$

$= 6$

$110 = 6$

حال بیت ها را در کنار هم می نویسیم تا عدد در مبنای هشت تولید شود:

**$(A36)_{16} = (5066)_8$**

### مثال 31

*تبدیل عدد $(753)_8$ به مبنای شانزده*

ابتدا عدد مورد نظر را به مبنای دو می بریم:

یعنی عدد مبنای هشت را 3 بیت 3 بیت به مبنای دو برده سپس 4 بیت 4 بیت از سمت راست جدا می کنیم:

$7 \div 2 = 3 \qquad r_1 = 1$

$3 \div 2 = 1 \qquad r_2 = 1$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_3 = 1$

$(7)_8 = (111)_2$

$5 \div 2 = 2 \qquad r_1 = 1$

$2 \div 2 = 1 \qquad r_2 = 0$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_3 = 1$

$(5)_8 = (101)_2$

$3 \div 2 = 1 \qquad r_1 = 1$

$1 \div 2 = 0 \qquad r_2 = 1$

حالا کسری بیت را با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$(3)_8 = (011)_2$

$(753)_8 = (111'101'011)_2$

حالا 4 بیت 4 بیت از سمت راست جدا می کنیم:

$(1'1110'1011)_2$

$0001 = 1 \times 2^0$

$= 1$

$1110 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$

$= 0 + 2 + 4 + 8$

$= 14$

$= E$

$1011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$

$= 1 + 2 + 0 + 8$

$= 11$

$= B$

**$(753)_8 = (1EB)_{16}$**

## روشهای دیگر تبدیل مبناها (روش های تستی)

### تبدیل اعداد مبنای دو به مبنای ده

برای سادگی کار می توان بالای عدد باینری از راست به چپ توانهای 2 را نوشت آنگاه در جاهایی که "1" وجود دارد این توانها را با هم جمع کرد.

### مثال 32

*تبدیل عدد $(10111)_2$ به مبنای ده*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| (1 | 0 | 1 | 1 | $1)_2$ |

حالا اعدادی را که بیت زیری آنها "1" می باشد را با هم جمع می کنیم تا عدد در مبنای ده حاصل شود:

$(10111)_2 = (16 + 4 + 2 + 1)_{10} = (23)_{10}$

### مثال 33

*تبدیل عدد $(1110010)_2$ به مبنای ده*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 64 | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
| (1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | $0)_2$ |

حالا اعدادی را که بیت زیری آنها "1" می باشد را با هم جمع می کنیم تا عدد در مبنای ده حاصل شود:

**$(1110010)_2 = (64 + 32 + 16 + 0 + 0 + 1 + 0)_{10} = (113)_{10}$**

## تبدیل اعداد مبنای ده به مبنای دو با روش تفریق متوالی

این روش سریعتر از روش تقسیم متوالی بر 2 است. برای این کار توانهای 2 را از عدد بیرون می کشیم.از بزرگترین توان ممکن شروع کرده و هرگاه بتوانیم توان 2 را بیرون بکشیم در مکان متناظر با آن "1" قرار می دهیم و در غیر این صورت "0" قرار می دهیم.این عمل را روی باقیمانده تکرار می کنیم تا به باقیمانده صفر برسیم.

توانهای دو را تا 10 حفظ کنید:

$2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$ $2^5 = 32$ $2^6 = 64$ $2^7 = 128$
$2^8 = 256$ $2^9 = 512$ $2^{10} = 1024$

### مثال 34

*تبدیل عدد $(43)_{10}$ به مبنای دو*

در 43 عدد 32 را حداکثر می توان بیرون کشید.پس جدول زیر را کشیده و زیر 32 در ردیف 1 رقم "1" را می نویسیم و 32 را از 43 کم می کنیم و حاصل را به عنوان عدد جدید در نظر می گیریم: $43 - 32 = 11$

حال 11 را در نظر می گیریم که در آن 16 وجود ندارد پس زیر 16 در ردیف 1 رقم "0" می نویسم. ولی از 11 می توان 8 را بیرون کشید.پس زیر هشت در ردیف 2 رقم "1" را می نویسیم. $11 - 8 = 3$

حال 3 را در نظر می گیریم که در آن 4 وجود ندارد پس زیر 4 در ردیف 2 رقم "0" قرار می دهیم ولی از 3 می توان 2 را بیرون کسید پس زیر 2 در ردیف 2 رقم "1" قرار می دهیم. $3 - 2 = 1$

در مرحله سوم عدد 1 را در نظر گرفته و می بینیم که از 1 میتوان خود 1 را بیرون کشید پس زیر 1 در ردیف 3 رقم "1" را قرار می دهیم. $1 - 1 = 0$
چون باقیمانده صفر شد دیگر ادامه نمی دهیم.

| ردیف | 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | | | | |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |

$\mathbf{(43)_{10} = (101011)_2}$

### مثال 35

*تبدیل عدد $(73)_{10}$ به مبنای دو*

دیگر از دادن توضیحات صرف نظر کرده و فقط تبدیل را به روش بالا انجام می دهیم.

برای سادگی از طرز نوشتن زیر استفاده کنید:

$73 - 64 = 9$

$9 - 8 = 1$ 64 32 16 8 4 2 1

$1 - 1 = 0$ $(1\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 1)_2 = (73)_{10}$

**تذکر:** برای تبدیل اعداد دهدهی بزرگ به مبنای دو بهتر است ابتدا آنها را به مبنای شانزده برده و سپس به مبنای دو ببریم.در این صورت تعداد عملیات کمتر می شود.

## تبدیل اعداد اعشاری مبنای دو،هشت و شانزده به ده

برای تبدیل اعداد دودویی به مبنای ده قسمت صحیح آن طبق معمول تبدیل می شود.برای تبدیل اعداد بعد از ممیز بالای عدد توانهای -2 (منفی 2)را از بعد از ممیز می نویسیم.هر جا "1" بود این اعداد را با هم جمع می کنیم.

### مثال 36

*تبدیل عدد $(10101.101)_2$ به مبنای ده*

16 8 4 2 1 0.5 0.25 0.125

**$(1\ 0\ 1\ 0\ 1\ .\ 1\ 0\ 1)_2 = (16 + 0 + 4 + 0 + 1 . 0.5 + 0 + 0.125)_2 = (21.625)_{10}$**

این توانها را حفظ کنید:

$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$ $2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$ $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0.125$ $2^{-4} = \frac{1}{16} = 0.0625$

تبدیل اعداد اعشاری مبنای هشت و شانزده به مبنای ده به ندرت استفاده می شود ولی در هر حال روش این تبدیل مثل اعداد صحیح است فقط موقعیتهای ارقام بعد از ممیز از چپ به راست و از عدد 1- یکی یکی کم می شود:

### مثال 37

*تبدیل عدد $(136.24)_8$ به مبنای ده*

2 1 0 -1 -2

$(1\ 3\ 6\ .\ 2\ 4)_8$

$4 \times 8^{-2} + 2 \times 8^{-1} + 6 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 1 \times 8^2$

$= 0.0625 + 0.25 + 6 + 24 + 64$

$= 94.3125$

**$(136.24)_8 = (94.3125)_{10}$**

### مثال 38

*تبدیل عدد $(1F3.A1)_{16}$ به مبنای ده*

2 1 0 -1 -2

$(1\ F\ 3\ .\ A\ 1)_{16}$

$1 \times 16^{-2} + 10 \times 16^{-1} + 3 \times 16^0 + 15 \times 16^1 + 1 \times 16^2$

$= 0.004 + 0.625 + 3 + 240 + 256$

$= 499.629$

**$(1F3.A1)_{16} = (499.629)_{10}$**

## تبدیل اعداد مبنای دو به هشت و بالعکس

برای تبدیل مبنای هشت به دو کافی است به جای هر رقم معادل سه بیتی آن را از جدول زیر قرار دهیم.

جدول 4 : معادل سه بیتی اعداد مبنای هشت

| ارزش | ستون | ها | |
|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **4** | **رقم** |
| 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | **2** |
| 1 | 1 | 0 | **3** |
| 0 | 0 | 1 | **4** |
| 1 | 0 | 1 | **5** |
| 0 | 1 | 1 | **6** |
| 1 | 1 | 1 | **7** |

چون بزرگترین عدد مبنای هشت،7 است بنابراین طبق این جدول به سادگی می توان مبناها را به هم تبدیل کرد.به این ترتیب که بیت ها را از سمت چپ عدد مبنای هشت نگاه کرده و بجای هر بیت مبنای هشت معادل سه بیتی آن را از جدول بالا جایگزین می کنیم.

### مثال 39

*تبدیل عدد $(354)_8$ به مبنای دو*

برای این تبدیل طبق آنچه در جدول بالا آمده عمل می کنیم.از سمت چپ عدد مبنای هشت شروع کرده و بیت ها را به مبنای دو می بریم.اولین بیت سمت چپی بیت 3 می باشد.معادل بیت 3 را از جدول بالا از چپ به راست می نویسیم:

3 = 011

5 = 101

4 = 100

حالا بیت های به دست آمده را به ترتیب کنار هم می گذاریم:

$\mathbf{(354)_8 = (011\ 101\ 100)_2}$

### مثال 40

*تبدیل عدد $(761)_8$ به مبنای دو*

طبق روش بالا عمل می کنیم:

7 = 111

6 = 110

1 = 001

$\mathbf{(761)_8 = (111\ 110\ 001)_2}$

برای تبدیل مبنای دو به هشت از سمت راست سه بیت سه بیت جدا می کنیم.**اگر تعداد بیت ها مضربی از سه نبود از سمت چپ صفر اضافه می کنیم.** آنگاه معادل سه بیتی های جدا شده را از جدول فوق می نویسیم.

## مثال 41

*تبدیل $(1101111011)_2$ به مبنای هشت*

ابتدا سه بیت سه بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم.

(001’101’111’011)

حالا این سه بیتی ها را طبق جدول بالا به مبنای هشت می بریم:

001 = 1

101 = 5

111 = 7

011 = 3

حالا این اعداد را به ترتیب در کنار هم قرار می دهیم:

**$(1101111011)_2 = (1573)_8$**

## مثال 42

*تبدیل عدد $(1011000010110110010111)_2$ به مبنای هشت*

حالا سه بیت سه بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

(001’011’000’010’110’110’010’111)

حالا این سه بیتی ها را طبق جدول بالا به مبنای هشت می بریم:

001 = 1

011 = 3

000 = 0

010 = 2

110 = 6

110 = 6

010 = 2

111 = 7

حالا این اعداد را به ترتیب در کنار هم قرار می دهیم:

**$(1011000010110110010111)_2 = (13026627)_8$**

**تذکر مهم:**توجه کنید که جدول فوق را لازم نیست حفظ کنید،فقط ارزش ستونها را مد نظر قرار دهید. مثلا در م.رد 5 باید بگوئید جمع کدام ارزشهاست؟(5 جمع ارزش 4 و 1 است) یعنی 5 عدد 1 و عدد 4 را دارد ولی 2 را ندارد. لذا زیر ستون 1 و 4 رقم "1" و زیر ستون 2 رقم "0" را می نویسیم.

## تبدیل مبنای دو به مبنای شانزده و بالعکس

برای تبدیل مبنای شانزده به دو کافی است به جای هر رقم معادل 4 بیتی آن را از جدول زیر قرار دهید.

جدول 5 : معادل چهار بیتی اعداد مبنای شانزده

| | ارزش ستون های مبنای 16 | | | |
|---|---|---|---|---|
| **رقم** | **8** | **4** | **2** | **1** |
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **2** | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **4** | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **5** | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **6** | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **7** | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **8** | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **9** | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **10 A** | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **11 B** | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **12 C** | 1 | 1 | 0 | 0 |
| **13 D** | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **14 E** | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **15 F** | 1 | 1 | 1 | 1 |

### مثال 43

*تبدیل عدد $(B57)_{16}$ به مبنای دو*

11 B = 1011

5 = 0101

7 = 0111

$\mathbf{(B57)_{16} = (1011\ \ 0101\ \ 0111)_2}$

### مثال 44

*تبدیل عدد $(F24E58D1)_{16}$ به مبنای دو*

15 F = 1111

2 = 0010

4 = 0100

14 E = 1110

5 = 0101

8 = 1000

13 D = 1101

1 = 0001

**$(F24E58D1)_{16} = (1111\ 0010\ 0100\ 1110\ 0101\ 1000\ 1101\ 0001)_2$**

برای تبدیل مبنای دو به شانزده از سمت راست چهار بیت چهار بیت جدا می کنیم.اگر تعداد بیت ها مضربی از چهار نباشد از سمت چپ صفر اضافه می کنیم.آنگاه معادل 4 بیتی جدا شده را از جدول بالا می نویسیم.

### مثال 45

*تبدیل عدد $(10110110111010)_2$ به مبنای شانزده*

حالا چهار بیت چهار بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$(0010'1101'1011'1010)_2$

0010 = 2

1101 = D

1011 = B

1010 = A

**$(10110110111010)_2 = (2DBA)_{16}$**

### مثال 46

*تبدیل $(1100101110111000011)_2$ به مبنای شانزده*

حالا چهار بیت چهار بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم:

$(0110'0101'1101'1100'0011)_2$

0110 = 6

0101 = 5

1101 = D

1100 = C

0011 = 3

**$(1100101110111000011)_2 = (65DC3)_{16}$**

**تذکر مهم:** توجه کنید مانند جدول تبدیل مبنای هشت به دو جدول فوق را نباید حفظ کنید. مثلا در مورد عدد **C** که می شود 12 :

باید بگویید 12 جمع ارزش کدام ستونهاست؟(12 جمع 8 و 4 است) لذا زیر ستونهای 8 و 4 رقم "1" گذاشته و زیر ستونهای 1 و 2 رقم "0" می نویسیم.

## تبدیل اعداد دهدهی اعشاری به مبنای دو با روش تفریق متوالی

اعداد ممیزی مبنای ده را می توان با روش تفریق متوالی نیز به مبنای دو تبدیل کرد.قسمت صحیح و قسمت اعشار را به صورت مجزا تبدیل می کنیم.

**مثال 47**

*تبدیل عدد $(43.75)_{10}$ به مبنای دو با روش تفریق متوالی*

ابتدا قسمت صحیح را از روش تفریق متوالی به مبنای دو می بریم:

$43 - 32 = 11$

$11 - 8 = 3$

$3 - 2 = 1$

$1 - 1 = 0$

حالا قسمت اعشار را با روش تفریق متوالی به مبنای دو می بریم:

$0.75 - 0.5 = 0.25$

$0.25 - 0.25 = 0$

پس:

$\mathbf{(43.75)_{10} = (101011.11)_2}$

## تبدیل اعداد اعشاری دهدهی به مبنای هشت و شانزده

تبدیل اعداد اعشاری مبنای ده به هشت و شانزده به ندرت استفاده می شود.برای این تبدیل قسمت صحیح مثل قبل مرتبا تقسیم بر مبنا می شود ولی برای قسمت اعشار با روش ضرب متوالی بخش اعشار را مرتبا در مبنا ضرب می کنیم.قسمت صحیح حاصل ضرب را به عنوان یک رقم بعد از ممیز کنار گذاشته و قسمت اعشار را دوباره در مبنای مورد نظر ضرب می کنیم.این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا مقدار اعشار به صفر برسد(یا به دقت مورد نظر برسیم).

**مثال 48**

*تبدیل عدد $(28.65625)_{10}$ به مبنای شانزده*

ابتدا قسمت صحیح را با روش تقسیم متوالی به مبنای شانزده می بریم:

$(28)_{10} = (1C)_{16}$

حالا قسمت اعشار را به صورت متوالی در شانزده ضرب کرده و قسمت صحیح عدد حاصله را نگه می داریم:

$0.65625 \times 16 = 10.5$ A

$0.5 \times 16 = 8.0$ 8

$(0.65625)_{10} = (0.A8)_{16}$

دیگر قسمت اعشار صفر شده و ضرب را متوقف می کنیم و عدد مبنای شانزده را می سازیم:

$\mathbf{(28.65625)_{10} = (1C.A8)_{16}}$

**مثال 49**

*تبدیل عدد $(53.4375)_{10}$ به مبنای هشت*

ابتدا قسمت صحیح را با روش تقسیم متوالی به مبنای هشت می بریم:

$(53)_{10} = (65)_8$

حالا قسمت اعشار را به صورت متوالی در هشت ضرب کرده و قسمت صحیح عدد حاصله را نگه می داریم:

$0.4375 \times 8 = 3.5$ 3

$0.5 \times 8 = 4.0$ 4

دیگر قسمت اعشار صفر شده و ضرب را متوقف می کنیم و عدد مبنای هشت را می سازیم:

$\mathbf{(53.4375)_{10} = (65.34)_8}$

## تبدیل اعداد اعشاری مبنای هشت و شانزده به مبنای دو و بالعکس

برای تبدیل عدد اعشاری در مبنای هشت یا شانزده به مبنای دو از همان روش اعداد صحیح استفاده می شود. یعنی برای مبنای هشت به جای رقم معادل سه بیتی و برای مبنای شانزده به جای رقم معادل چهار بیتی آن را می نویسیم.

**مثال 50**

*تبدیل عدد $(37.54)_8$ به مبنای دو*

با استفاده از جدول 4 عدد در مبنای هشت را به مبنای دو می بریم و به جای هر بیت مبنای هشت از سمت راست معادل سه بیتی دودویی آن را می نویسیم:

$\mathbf{(37.45)_{10} = (011\ \ 111\ .\ 100\ \ 101)_2}$

**مثال 51**

*تبدیل عدد $(6B.C5)_{16}$ به مبنای دو*

با استفاده از جدول 5 عدد در مبنای شانزده را به مبنای دو می بریم و به جای هر بیت مبنای شانزده از سمت راست معادل چهار بیتی دودویی آن را می نویسیم:

$\mathbf{(6B.C5)_{16} = (\ 0110\ \ 1011\ .\ 1100\ \ 0101)_2}$

برای تبدیل عدد اعشاری مبنای دو به مبنای هشت قسمت صحیح از راست به چپ سه بیت سه بیت جدا می شود ولی قسمت اعشاری باینری(دودویی)از چپ به راست سه بیت سه بیت جدا می شود. به همین ترتیب برای تبدیل عدد اعشاری مبنای دو به شانزده قسمت صحیح از سمت راست به چپ چهار بیت چهار بیت جدا می شود ولی قسمت اعشار باینری از چپ به راست چهار بیت چهار بیت جدا می شود.(**هر جا کسری رقم داشتیم طبق قاعده گفته شده کسری را با جایگذاری صفر جبران می کنیم)**

**مثال 52**

*تبدیل عدد $(1110101.1011)_2$ به مبنای هشت*

سه بیت سه بیت جدا می کنیم و کسری بیت را هم با جایگذاری صفر جبران می کنیم و با استفاده از جدول 4 به مبنای هشت می بریم:

$$(001 \quad 110 \quad 101\,.\,101 \quad 100)_2 = (165.54)_8$$

**یادآوری:** صفر قبل از عدد صحیح و صفر بعد از ممیز اثری ندارد.